



*Ministero dell'istruzione e del merito*

**A002 - ESAME DI STATO CONCLUSIVO DEL SECONDO CICLO DI ISTRUZIONE**

Testo valevole per tutti i seguenti indirizzi:

LI02, LI03, LI15, LI1S, LI22, LI23, LI31, LI32, LIA2, LIAO,  
LIB2, LIC2, LID2, LIJ2, LIJ3, LIJ4, LIIS, LIS2, EA02, EA10

Disciplina: MATEMATICA

**QUESITI**

- È dato un triangolo  $ABC$ , rettangolo in  $B$ . Dimostrare che tale triangolo è isoscele se e solo se l'altezza  $BH$  relativa all'ipotenusa è congruente a metà ipotenusa.
- Si lancia 5 volte una moneta truccata che dà testa con probabilità  $p$ .
  - Qual è la probabilità di ottenere testa esattamente 2 volte?
  - Per quale valore di  $p$  la probabilità di ottenere testa esattamente 2 volte è massima?
- Nello spazio con riferimento cartesiano ortogonale  $Oxyz$ , è dato il piano  $\pi: 3x - 2y + 5 = 0$ .
  - Determinare le coordinate del punto  $H$ , proiezione ortogonale di  $P(4, 2, 1)$  sul piano  $\pi$ ;
  - Determinare l'intersezione della retta  $s: \begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ z - 2 = 0 \end{cases}$  con il piano  $\pi$ .
- Dimostrare che l'equazione  $x^3 + x - \cos x = 0$  ammette un'unica soluzione positiva.
- Determinare la funzione polinomiale di quarto grado  $y = p(x)$  sapendo che, in un sistema di riferimento cartesiano, il suo grafico verifica le seguenti condizioni:
  - è tangente all'asse  $x$  nell'origine;
  - passa per il punto  $(1, 0)$ ;
  - ha un punto stazionario in  $(2, -2)$ .
- Si consideri la funzione integrale  $F(x) = \int_a^x \frac{\cos(\frac{1}{t})}{t^2} dt$ , con  $x \geq a$ , in cui  $a$  indica un parametro reale positivo. Determinare il più grande valore di  $a$  in modo che  $F\left(\frac{2}{\pi}\right) = -\frac{1}{2}$ .
- Il prossimo 5 luglio la terra raggiungerà l'afelio, il punto della propria orbita in cui è massima la distanza dal Sole, pari a circa  $1,52 \cdot 10^{11}$  m. Il perielio è invece il punto che si trova alla minima distanza dal Sole, pari a circa  $1,47 \cdot 10^{11}$  m. Determinare, in un opportuno sistema di riferimento, l'equazione che rappresenta la traiettoria della Terra intorno al Sole.
- Scrive Carlo Emilio Gadda in uno dei racconti de *L'Adalgisa - Disegni milanesi*: «Le stanze del servizio, il bagno, i corridoi, l'anticamera e l'uno de' due gabinetti, eran pavimentati con piastrelle rosse di piccolo formato: esagonali [...]. L'apotema di quelle mattonelle misurava centimetri 5,196: mentreché il raggio del circolo circoscritto raggiungeva i 60 millimetri». Esprimere la relazione esatta tra raggio del cerchio circoscritto ed apotema (ossia il raggio del cerchio inscritto) per un esagono regolare. Verificare il risultato ottenuto alla luce delle misure indicate dallo scrittore. Spiegare perché, utilizzando piastrelle esagonali regolari tutte congruenti, è possibile pavimentare un piano. Con quali altri poligoni regolari, tra loro congruenti, è possibile pavimentare un piano? Motivare la risposta.

durata massima della prova: 6 ore.

È consentito l'uso di calcolatrici scientifiche o grafiche purché non siano dotate della capacità di elaborazione simbolica algebrica e non abbiano la disponibilità di connessione a Internet.

È consentito l'uso del dizionario bilingue (italiano-lingua del paese di provenienza) per i candidati di

lingua non italiana. Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla consegna della traccia.



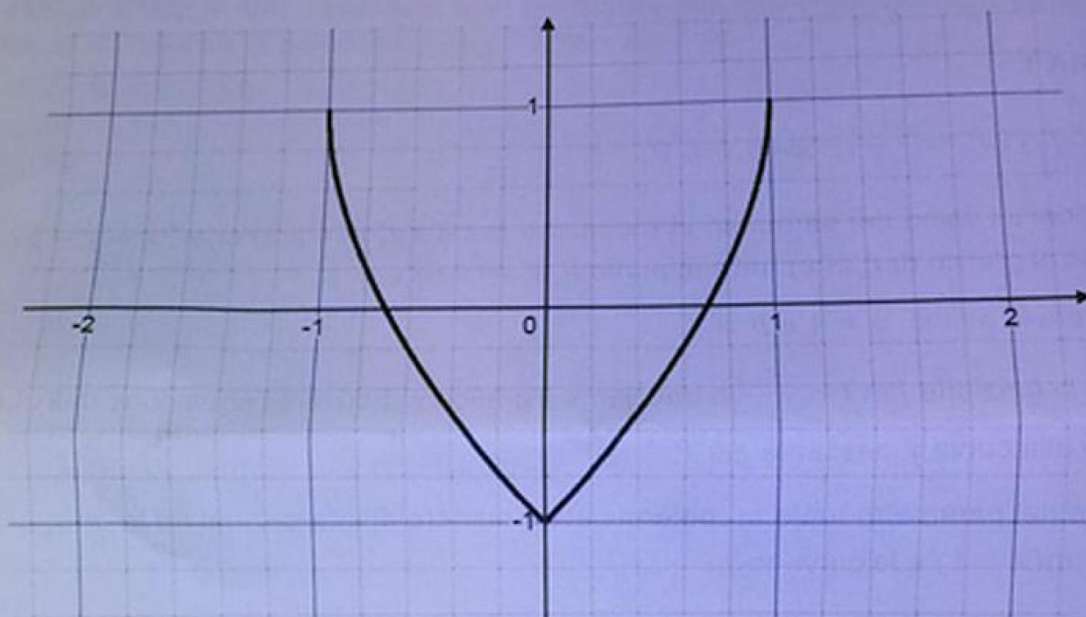
*Ministero dell'istruzione e del merito*

**A002 - ESAME DI STATO CONCLUSIVO DEL SECONDO CICLO DI ISTRUZIONE**

Testo valevole per tutti i seguenti indirizzi:

LI02, LI03, LI15, LI1S, LI22, LI23, LI31, LI32, LIA2, LIAO,  
 LIB2, LIC2, LID2, LI2, LI3, LII4, LIIS, LIS2, EA02, EA10

Disciplina: MATEMATICA



Si ponga, d'ora in avanti,  $a = -1$ ,  $b = 0$ .

- b) Studiare la funzione  $g(x) = |x| + \sqrt{1-x^2}$ , verificando che non è derivabile negli estremi del dominio e nel punto di ascissa  $x = 0$ . Indicare con  $\beta$  il suo grafico e tracciare la curva  $\gamma = \alpha \cup \beta$ .
- c) La retta  $r$ , di equazione  $x = k$ , con  $-1 < k < 1$ , interseca  $\gamma$  nei punti  $P$  e  $Q$ . Dimostrare che la misura del segmento  $PQ$  è massima quando  $r$  è asse di simmetria di  $\gamma$ .
- d) Verificare che la funzione  $H(x) = \frac{1}{2}(\arcsen(x) + x\sqrt{1-x^2})$  è una primitiva della funzione  $h(x) = \sqrt{1-x^2}$ . Con il metodo che si ritiene più opportuno, calcolare l'area della regione finita di piano delimitata da  $\gamma$ .

*«Le forme create dal matematico, come quelle create dal pittore o dal poeta, devono essere belle: le idee, come i colori o le parole, devono legarsi armoniosamente. La bellezza è il requisito fondamentale: al mondo non c'è posto perenne per la matematica brutta». (G. H. Hardy)*